

தலைவரின் கையெழுத்து.

பழந் தமிழிசை.

(ஓர் புதுமைக் கட்டுரை)

எழுதியவர்:
வை. நடராஜா

பிரசுரிப்பாளர்:
சு. சுப்பிரமணிய ஐயர் F.R. A. S.

ம 1
னியே

பழந்தமிழிசை.

பீழை திருத்தம்

4-ம் பக்கத்தில் 8-ம் பராவில் முதலாம் வரியில் 'இலக் கணங்கனாலே' என்றிருப்பதை 'இலக்கங்கனாலே' என்று திருத்திக் கொள்ளவும்.

தாரம் என்னும் பெயருள்ள தேவமகள் உழை என்பவளைப் பெற்றாள். உழை பெற்றாள் குரல் என்பவளை. குரல் பெற்றாள் இளி என்பவளை. இளி பெற்றாள் துத்தம் என்பவளை. துத்தம் பெற்றாள் விளரி என்பவளை. விளரி பெற்றாள் கைக்களை என்ற பெண்ணை. இந்த எழுவரும் தேவமகளிராகையால் மூப்பற்பயர். என்றும் இளம் அழகியர். இவர்களின் பேச்சே தீங்குழலொலியும் இன்னிசை யாமொலியும். இவர் ஆடல் பாடலில் மிகவும் விருப்புடையவர். தாரம், குரல், துத்தம், கைக்களை, உழை, இளி, விளரி, தாரம் என்ற ஒழுக்கில் வட்டபாய் நின்று ஆடியும் பாடியும் மகிழ்வார். தாரம் முதலாக (தா கு து கை உ இ வி தா என்ற நினையில்) ஒலிக்கும் போது மேற்செம்பாலை (கல்பாணி) பென்ற தேவதை தோன்றும். குரல் முதலாக (கு து கை உ இ வி தா கு என்ற ஒழுக்கில்) ஒலிக்கும் போது செம்பாலை (அரிகாம் போதி) பென்ற தேவதை வந்தலாவும். துத்தம் முதலாக எழுவரும் ஒலிக்கும் போது பழமலைப்பாலை (நடபாணி) த்தேவதை தோன்றும். கைக்களை முதலாக எழுவரும் ஒலிக்கும் போது செவ்வழி - த்தேவதை வரும். உழை முதலாக எழுவரும் ஒலிக்கும் போது அரும்பாலை (சங்கராபாணம்) என்னும் தேவதை காட்சி தரும். இளி முதலாக, கோடிப்பாலை (காஹாப்பிரியா) என்னும் தேவதை வந்து நிற்கும். விளரி முதலாக, விளரிப்பாலை (தோடி) த்தேவதை பிரசன்னமாகும்.

2. கிரேக்கர் கொண்ட Pythagorean Heptatonic Scale- லிலுள்ள ஒலிகள், பழந்தமிழரின் தாரம், குரல், துத்தம், கைக்களை, உழை, இளி, விளரி, என்னும் ஒலிகளே பெண்பதைப் பின்னாடிக் கணிதவழியால் காட்டுவாம். இந்தப்பாலை எங்கள் அரும்பாலையே (சங்கராபாணம்).

3. தா கு து கை உ இ வி தா என்னும் நிறையை
ச ரி₂ க₂ ம₂ ப த₂ நி₂ ச் என்று கூறுவாம்.
ச - என்பது மேல் ச - வை (Octave of sa)

கைக்களை (ம₂) கடைசியில் பிறந்தவள். இவளோடு பிறப்பு முடிந்து விடவில்லை. இவளுடைய பிற்சந்ததியைப் பார்ப்போம். ம₂ பெற்றாள் ரி₁ என்பவளை; ரி₁ பெற்றாள் த₁ என்பவளை; த₁ பெற்றாள் க₁ என்பவளை; க₁ பெற்றாள் நி₁ என்பவளை; நி₁ பெற்றாள் ம₁ என்பவளை. ம₁ பெற்றாள் ஒரு விசித்திரப்பெண்ணை. இந்த 13-வது பெண்ணைத் தனியே

பார்த்தால், அழகிலும் உருவிலும் ச-வை நிரந்தரவன். உண்மையில் இவன் ச-விலும் சற்று உயரமானவன். இவனை இன்னுமொரு ச-வென்று ஏற்க முடியாது. என்னில் ச-ப-ச- என்ற ஒலிகளிலே ப-ச-வில் சிறுபாற்றம் ஏற்பட்டாலும், அதாவது ப-அல்லது ச-சற்றுக் கூடியனவற்றை மீட்டவும் இசைக்கு இழுக்கு வந்த விடம். ச-ப-ச- என்ற ஒலிகள் தரும் பின்னணியில் (Back Ground) ஒரு சிறு மாற்றமும் இருக்கப்படாது. இதற்காகவே வைணிகன் முகவாவதாக "சுருதி" பண்ணிக் கொண்டே வாசிப்பான். ச-வுடைய உன்னத ஸ்தாவரத்தை ச-விலிருந்து கிழைத்தவன் அடைய மாட்டான். ஆகவே, கிளைமுறையால் (ச-வுப் ப-வுப் உட்பட) பன்னிரு சுருதிப் பெண்கள் வந்த வலாற்றைக் கேட்டோம்.

4. ப-ச- உறவு, ச-ம உறவு ஒன்றுதான் என்று கிரேதம் உணர்வர். இந்த உறவை நட்பு உறவு, $4/3$ உறவு, fourth, ச-ம சுவரத்திதவம் என்று பலவாறு கூறப்படும். அதாவது சுருதியாகிய ச-விலிருந்து நட்பு முறையால் (ச-உட்பட) 12 சுருதிப் பெண்கள் தோற்றுவர். இவர்களில் கடைசியாக வந்தவன், அழகிலும் உருவத்திலும் ப-கானோ என மயங்கச் செய்யும் விசத்தினர். உண்மையில் இவன் ப-விலுஞ் சற்றுத் தாழ்ந்தவன். இவனை நீக்கவிட்டால், 11 சுருதிப் பெண்கள் தோற்றினர். ச-வை முன்பே கிளை சுருதிகளோடு எண்ணி விட்டோம். நட்பு சுருதி பத்தும் கிளை சுருதி பன்னிரண்டும் பொத்தம் 22 சுருதிகள் (அலகு) கண்டோம். நட்பு சுருதிகள் வந்த விபரம் பின்வருமாறு:- ச-விலிருந்து m_1 சிநேகிதியாய் வந்தான் m_1 க்கு சிநேகிதி n_1 ; n_1 க்கு சிநேகிதி k_1 ; k_1 க்கு s_1 ; s_1 க்கு r_1 ; r_1 க்கு m_2 ; m_2 க்கு n_2 ; n_2 க்கு k_2 ; k_2 க்கு s_2 ; s_2 க்கு r_2 ; r_2 க்கு விசத்திப்பெண் ப. இவன் நீக்கப்படுகிறான். பாட்டி கதை போல 22 சுருதிகளை விபரித்தோம். இனி 12 சுரஸ்தானங்களில் 22 சுருதிகள் இடத்தைப் பிள்ளைகள் போல வந்தமைந்த விசத்தைக் கணிக வழிபாடும் பழந்தமிழர் எமக்குத் தந்த இலக்கணத்தாலும் விளக்குவாம்.

5. ச r_1 r_2 k_1 k_2 m_1 m_2 ப s_1 s_2 n_1 n_2 ச-வை
ச ர ரி க கி ம மி ப த தி ந நி ச- என்று

தற்காலப் பாஷையில் பேசிக் கொள்வோம். கிளைச் சுருதிகள் 12-க்கும் நட்பு சுருதிகள் 10-க்கும் 1,2,3,4,... என்று 22 என்கள் சூட்டுவாம். ச-வுக்கு 0, ச-வுக்கு 22 என்றும் ப-வுக்கு 13, ம-வுக்கு (நட்பு-ம) 9

என்றும் கொள்வோம். இதற்கு நியாயமும் உண்டு. கணிதம் விளங்காவிட்டால் பின் வருஞ் சூடுகளில் உண்மை பொதிந்திருக்கின்றது என்று நர்ப்பம்.

3. பரிபாஷைத் குறிப்பு:- சின்னச் சுவரங்களை ர க ம த ந என்றும் பெரிப சுவரங்களை ரி கி மி தி நி என்றும் தற்காலத்தில் வழங்கப்படுகிறது. வடநாட்டில் கோமள, தீவா என வழங்கும்.

ச-ப-ச- ஒலிகளின் உணர்வே (Perception) தமிழரின் இசைக்கு ஆகாரம். இவ்வுணர்வைக் கொண்டே கணிதவழியால் சுவரஸ்தானங்கள் பன்னிரண்டையு, சுருதிகள் (அலகு) இருபத்திரண்டையுப் பெறலாம். $F=1$ என்று கொண்டால்; ச-ப விகிதம் $3/2$ என்றும், ப-ச-விகிதம் $4/3$ என்றும், ச-ம விகிதமும் $4/3$ தான் என்று கணிகம் பயின்றவர் அறிவர். ச-வுக்குச் சற்று வேறுபட்டவொரு சுருதி அல்லது ப-வுக்குச் சற்று வேறுபட்டவொரு சுருதி ச-ப-ச- ஒலிகளின் குழைவைக் கெடுத்தும். இவருக்குச் ச-ப-யின் உன்னத நிலை கிடையாது. ஆகா ருதிபாஷை ச-விலிருந்து $3/2$ விகிதம் எரிச்சன்றால், ப-வுப் தீவிர (பெரிய) சுவரங்களாகிய ரி கி மி தி நி வரும். இன்னும் எரிச்சன்றால், கோமள (சின்ன) சுவரங்களாகிய ர க ம த ந வரும். இவற்றை நிலாய் நிறுத்தினால், ச ர ரி க கி ம மி ப த தி ந நி - ஆகிய 12 சுருதிகள் 12 சுவரஸ்தானங்களில் திற்கும். ம (கோமள-ம) விலிருந்து ஒரு $3/2$ படி எறினால் ச-வுக்குச் சற்று தீவிரமான ஒரு சுருதி வரும். ச-வுக்கு மட்டுமே ஆகா ருதி ஒலிகளில் இடமுண்டு. ஆகையால் இத்தீவிர ச-வைச் சுருதிகளோடு எண்ணமுடியாது. இவற்றிற்கு கணிதம்: $s=1$; $1 \times 3/2 = 3/2 = ப$; $3/2 \times 3/2 = 9/4$; (இது ச-வுக்கு உயர் நிற்கும்) சமநிலை தானத்தில் (octave) இறங்கினால் $9/4 \times 1/2 = 9/8$ ஆகும்; $9/8 = ர$; $9/8 \times 3/2 = 27/16 = கி$; $27/16 \times 3/2 \times 1/2 = 81/64 = க$; $81/64 \times 3/2 = 243/128 = தி$; $243/128 \times 3/2 \times 1/2 \times 32768/32805 = 64/45 = ம$; (இங்கு 1-க்குக் கிட்டியவொரு பின்னத்தைப் பகுத்தினால்); $64/45 \times 3/2 \times 1/2 = 16/15 = ர$; $16/15 \times 3/2 = 8/5 = க$; $8/5 \times 3/2 \times 1/2 = 6/5 = க$; $6/5 \times 3/2 = 9/5 = ர$; $9/5 \times 3/2 \times 1/2 = 27/20 = ம$; $27/20 \times 3/2 = 81/40 = தீவிரச்$; இது விடப்படும்.

7. இனி, $4/3$ கிதைப்படி யேறிச்சென்றால், இன்னும் 11 சுருதிகள் பெறலாம். $4/3 = ர$; $4/3 \times 4/3 = 16/9 = ர$; $16/9 \times 4/3 \times 1/2 = 32/27 = க$; $32/27 \times 4/3 = 128/81 = த$; $128/81 \times 4/3 \times 1/2 = 256/243 = ர$;

$256/243 \times 4/3 \times 32805/32768 = 45/32 = \text{மி}$; $45/32 \times 4/3 = 15/8 = \text{கி}$;
 $15/8 \times 2/3 = 5/4 = \text{கி}$; $5/4 \times 4/3 = 5/3 = \text{கி}$; $5/3 \times 4/3 \times 1/2 =$
 $10/9 = \text{கி}$; $10/9 \times 4/3 = 40/27 = \text{பி}$. இந்தப் ப-வானது ச-1-ச்-வில்
 வரும் ப-வுக்குச் சற்றுத் தாழ்த்து நிற்கும்; இடையும் தள்ளிவிடவேண்
 டும். $4/3$ விகிதப்படியில் 10 சுருதிகள் வருகின்றன; முன்பு $3/2$ விகிதப்
 படியில் 12 கண்டோம். ஆகவே பழத்தமிழர் கொண்ட 22 சுருதிகளையும்
 கணிதக் கருவியால் காண்கின்றோம்.

8. 22 சுருதிகளை 22 இலக்கங்களாலே பேசிக் கொள்ளலாம்.
 பெரியது, சின்னம், என்ற பாவையைய அகற்றிப் பேசிக்கொள்ளலாம்.
 சுருதி 8, சுருதி 9, சுருதி 12, என்ற விகிதம். இரு சுருதி இலக்கங்
 களுக்கிடையில் உள்ள வித்தியாசம் மாத்திரை என்ற பெயரால் வழங்கும்.

ச ம ப ச்-வுக்கு விகிதங்கள் -

1 $4/3$ $3/2$ 2 ஆகவே ம-வுக்கும் ப-வுக்கு மிடையிலுள்ள
 விகிதம் $= 9/8$. இதை நர்முன்னோர் 4 மாத்திரையெனக் கொண்டனர்.
 இதற்கு சியாமமுண்டு. இதையும் கணிதக் கருவி கொண்டே நோக்க
 வேண்டும். $13+9=22$. ம-வுக்கு 8 அல்லது 10 பொருத்தது.
 $13-9=4$ மாத்திரை.

9. $3/2$ விகிதப்படியில் வந்த ச ரி கி மி ப தி நி ச்-வுக்கு
 இடைவெளி விகிதங்களை எழுதலாம்:- (மி $= 729/512$ எனக்கொள்க)
 ரி/ச $= 9/8$; கி/ரி $= 9/8$; இவ்வாறு:-

	ச	ரி	கி	மி	ப	தி	நி	ச்
இடைவிகிதம்	$\frac{9}{8}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{9}{8}$...
அலகு	4	4	4	1	4	4	1	...
அலகு நிலை	0	4	8	12	13	17	21	22...

(i) இன் பெருக்கு $= 2$ } ஆகவே பரலை (scale) க்குரிய இலக்கணம்
 (ii) இன் கூட்டு $= 22$ } அமைகிறது.

(iii) இல் சுருதி இலக்கங்களைக் காண்க. இவை $3/2$ விகிதப்படியில்
 வந்தவை. ஆகவே $9/8 = 4$ மாத்திரை, $256/243 = 1$ மாத்திரையாயும்
 கொள்வதே பொருத்தம். பின்னங்களை நீக்கி மாத்திரையால் பேசிக்
 கொள்கின்றோம். 3 மாத்திரை $= 16/15$; 2 மாத்திரை $= 10/9$ என்று பின்
 முடிக்காட்டுவோம்.

10. $3/2$ விகிதப்படியில் தோன்றும் சுருதிகளுக்கு இலக்கங்கள்
 காண்பாம். ச-வுக்கு இலக்கம் 0. ச்-வுக்கு இலக்கம் 22. ப-வுக்கு
 இலக்கம் $0+13=13$; ரி-க்கு இலக்கம் $13+13-22=4$; தி-க்கு
 $4+13=17$; கி-க்கு $17+13-22=8$; நி-க்கு $8+13=21$; மி-க்கு
 $21+13-22=12$; ர-வுக்கு $12+13-22=3$; த-வுக்கு $3+13=16$;
 க-வுக்கு $16+13-22=7$; ன-வுக்கு $7+13=20$; ம-வுக்கு $20+13-$
 $22=11$.

11. இனி $4/3$ விகிதப்படியில் வரும் சுருதிகளுக்கு இலக்கங்கள்:
 ச $= 0$; ம-வுக்கு $0+9=9$; க-வுக்கு $9+9=18$; க-வுக்கு $18+9-22$
 $= 5$; த-வுக்கு $5+9=14$; ர-வுக்கு $14+9-22=1$; மி-க்கு $1+9$
 $= 10$; நி-க்கு $10+9=19$; கி-க்கு $19+9-22=6$; தி-க்கு $6+9$
 $= 15$; ரி-க்கு $15+9-22=2$; ப-வுக்கு $2+9=11$. இந்தப் ப-
 வானது $3/2$ விகிதப்படியில் வரும் ப-வுக்குச் சற்றுத் தாழ்த்தது.
 ஆகையால் இதற்கு சுருதி இலக்கம் (11) கொடுக்கப்பட்டாலும் சுருதி
 களில் இதுவும் ஒன்றாக எண்ணப்படுவதில்லை. முன்பே 11 தோன்றி
 விட்டது கிளைமுறையில்.

12. ச ரி கி மி ப தி நி ச்-என்று அறியப்படும் (சின்
 னதும் பெரியதும்) 11 சுரந்தானங்கள் ஒவ்வொன்றிலும் இரு சுருதிப்
 பெண்கள் வந்தடைகின்றனர். $3/2$ விகிதப்படியில் வந்தவள் முந்தியவள்
 $4/3$ விகிதப்படியில் வந்தவள் பிந்தியவள். இருவரும் ஒத்த அழகியர்,
 அத்தோடு இரட்டைப் பிள்ளைகள்! பிந்தியவளின் என்பதிலொரு
 பாகத்தால் முந்தியவள் உயரமானவள். ஆகார சுருதி இடைவிடாது
 ஒலித்துக் கொண்டிருக்கும் போது இருவரையும் எவர் எவர் என
 உணரமுடியும். ஆகார சுருதி ஒலிக்காதிருக்கும் போது இருவரும்
 அடுத்தடுத்து நின்றாலொழிய இவர்களைப் பிரித்தறிய முடியாது. இது
 ஒரு பனோகத்துவ உண்மை; கண்ணால் உணரும் கிட்டிய வர்ணங்
 களுக்கும் இது பொருந்தும். "எது கூடிய நிறமென்று உணர்வதற்கு
 ஒன்றுடன் மற்றதைப் பக்கத்தில் வைக்கவேண்டும்.

13. தாரத்துட் டோன்று முழையுழை யுட்டோன்றும்
 ஒருங் குரல்தூலி னுட்டோன்றிச்-சேருமினி
 யுட்டோன்றுந் துத்தத்துட் டோன்றும் விளரியுட்
 கைக்கிளை தோன்றும் பிறப்பு.

(இது பன்டைத் தமிழரின் இசை இலக்கணம்)

தாரம் - உழை - குரல் - இனி - துத்தம் - விளரி - கைக்களைப் பிறந்த விதத்தை இது சொல்கிறது. தாரத்துக்கு மகள் உழை; உறவு 3/2; உழைக்குத் தாய் தாரம்; உறவு 4/3. இவ்விருவகிதங்களைக் கொண்டு 22 சுருதிகளையும் காணலாம்.

14. ஏழு தேவ மகளிரும் நிற்கும் முதல் நிலைகளைச் சொல்லும் இன்னுமொரு பழந்தமிழிசைச் சூத்திரம்:-

துலைநிலைச் குரலுந் தனுநிலைத் துத்தமும்
நிலைபெறு கும்பத்து நேர்கைக் கிளையும்
மீனத் துழையும் விடைநிலத் திளியும்
மானக் கடகத்து மன்னிய விளரியும்
அரியிடைத் தாரமு மனைவுறக் கொளலே.

இரு சூத்திரங்களையும் காட்டும் இராசிச் சக்கரம்.

உ	1	இ	1
1		3	
கை	தாரக்கிரமம்		வி
3			3
1			தா
			1
து	1	கு	1
3		3	

இராசிச் சக்கரத்தில் தாரத்துக் கெட்டில் உழையும், உழைக் கெட்டில் குரலும், குரலுக் கெட்டில் இளியும், இளிக் கெட்டில் துத்தமும், துத்தக் கெட்டில் விளரியும், விளரிக் கெட்டில் கைக்களையும் நிற்கின்றனர். இவ்விதமே எட்டாமிடங்களில் கிளை

சுருதிகள் நிற்கும்; கும்பத்தில் கைக்களை நிற்கின்றது. கைக்களைக் கெட்டில் கன்னியில் ஒரு சுருதி, கன்னிக் கெட்டாகிய மேடத்தில் ஒரு சுருதி, விருச்சிகத்தில் ஒன்று, மிதுனத்தில் ஒன்று, மகரத்தில் ஒன்று. இவ்விதம் 12 வீடுகளிலும் 12 சுருதிகள் வரும். மகாத்துக் கெட்டாகிய சிங்கத்தின் அதாவது யாம் முதலில் தொடங்கிய வீட்டில் ஒரு சுருதி வரும்; இதை நீக்கிவிடுவது. ஏனென்றால் இச் சுருதிச் ச்வுக்குச் சற்றுத் தீவிரமானதாகையால்.

15. இன்னும் நட்புமுறையால் - நின்ற வீட்டிற்கு ஆறாம் வீட்டில் சுருதிகள் வரும் மகரம், மிதுனம், விருச்சிகம், மேடம், கன்னி, கும்பம், கடகம், தனு, இடபம், துலாம் ஆகிய பத்து வீடுகளில் சுருதிகள் வரும். துலாமுக்கு ஆறாம் வீடாகிய மீனத்தில் ஒரு சுருதி வரும். இதை நீக்கி விடவும். ஏனெனில், சிங்கத்திலும் மீனத்திலும் (ச-ப நிலைகளில்) கிட்டிய, நெருங்கிய சுருதிகளை ஏற்க முடியாது. ஆகவே கிளை முறையில் (3/2 விசைப்படியில்), சிங்கம் முதல் 12 வீடுகளிலும் 12

சுருதிகள், சிங்கம் மீனம் நீங்கலாக, நட்பு முறையில் (4/3 விசைப் படியில்) 10 வீடுகளில் பத்து சுருதிகளும், ஆக 22 சுருதிகள் 12 வீடுகளில் வந்தடைந்து நிற்பதைக் காண்கின்றோம்.

16. பற்றிசை=3 மாத்திரை, குற்றிசை=1 மாத்திரை என்று கொள்க கிளையிசைபால் எழுந்த சுருதிகளின் அலகு நிலைகள்:-

0 3 4 7 8 11 12 13 16 17 20 21 22 (iv)

3 1 3 1 3 1 1 3 1 3 1 1 இடைவெளி.

5 பற்றிசையும் 7 குற்றிசையும் 12 வீட்டுக்குப் போகவேண்டும்.

சிங் க-து வி த ம கு மீ மே இ மி கற் சிங்-விடுகள்

தா கு து கை உ இ வி தா-சுருதிகள்

0 4 8 12 13 17 21 22-அலகு நிலை

1 3 1 3 1 3 1 1 3 1 3 இராசிக்கு

குரல், துத்தம், கைக்களை, இனி, விளரி ஒவ்வொருவரும் 4 மாத்திரை பெறுகின்றனர். ஆகையால் இவர்கள் நின்ற இராசிக்கு 5 பற்றிசையையும், ஏனைய 7 இராசிகளுக்கு 7 குற்றிசையைப் பகிர்ந்து கொடுப்பாம். இராசிச் சக்கரத்தைப் பார்க்க. (iv)-இல் வரும் சுருதிகள் கன்னிப்பாலை சுருதிகள் என்பதைக் காண்கின்றோம். அதாவது கன்னி (), துலாம் 0+3=3; விருச் 3+1=4; இவ்விதமே மாத்திரைகளைக் கூட்டிச் செல்ல, கன்னிப்பாலை சுருதிகள் வரும். கும்பப்பாலைக்கு குர்ப்பத்தை 0 எனக் கொண்டு கூட்டிச்செல்க.

0 3 4 7 8 11 12 13 16 17 20 21 22 இதுகன்னிப்பாலை

0 1 2 5 6 9 10 11 14 15 18 19 22 இது குர்ப்பப்பாலை.

நட்பு முறையால் வந்த சுருதிகள் (4/3 விசைப்படியில்) குர்ப்பப்பாலை சுருதிகள் வருவதைக் காண்க.

17. தாரக்கிரமத்தில்: 1, 4, 5, 8, 9, 10, 12, 13, 14, 17, 18 21 என்னும் 12 சுருதிகளை பாலைகளில் வரும். இனிய சுருதிகள் பலவற்றால் நடப்பது இசையினியையடைவதற்குக் காரணம். ஆகவே பண்டை இசையாசிரியர் வேறு கிரமங்களைக் கண்டு, அவை தம்மைப் பயன்படுத்துவாராயினர். இர்தப் பாரா முடிவில் காணு கிரமங்கள் தருகின்றன. இவ்விதமத்தில் குரலும் துத்தமும் இளியும் 4 மாத்திரை பெறும்; கைக்களையும் விளரியும் 3 மாத்திரை பெறும்; உழையும் தா

மும் 2 மாத்திரை பெறும். இவ்விதமாய்க் கொள்ளப்படடி அடியார்க்கு நல்லாருடையுட் குறித்துருக்கின்றது. (ஆயச்சியர் தூவையில்) "தலை நிலைக் குறும்.....கொள்வே" என்ற மேற் கூறியுள்ள இலக்கணத்துக் கமைய சுருகிப் பெண்கள் நின்று பாடும் போது (இது தாரக்கிரமம்)-

உ	1	இ	1
1		3	
கை	தாரக்கிரமம்		வி
3			3
1		தா	1
து	1	கு	1
3		3	

குரல் குரலாயது (முதலாக) செம் பாலை (அரிகாம் போதி), துத்தம் குரலாயது படுமலைப்பாலை (கடை பையி), கைக்களை குரலாயது செவ் வழிப்பாலை (சுத்தசோடி), உழை குரலாயது அநுர்பாலை (சங்கராபாணம்,) இனி குரலாயது கோடிப் பாலை (கோடிப்பிரியா), விளி குரலாயது விளரிப்பாலை (தோடி), தாரம் குரலாயது மேற் செம்பாலை (கல்யாணி). குரலாக, முதலாக, ஆகார சுருதியாக, tonic ஆக, எல்லாம் ஒரு பொருட் சொற்கள். மேற்செம் பாலை தோற்றுவதற்கு சுருகிப் பெண்கள் தங்கள் முகநிலை (சொந்த வடுகள்) மாறுதலாக தா கு து கை உ இ வி தா நிற்பர்.

1	உ	3	இ
1	1		1
கை	இனிக்கிரமம்		வி
3			3
து			1
1			
3	கு	3	தா
	1		1

1	உ	3	இ
1	1		1
கை	குறக்கிரமம்		வி
3			3
1			1
து	கு	3	தா
3	1		1

1	உ	இ	1
1	1	3	
கை	விளரிக் கிரமம்		வி
3			3
1			1
து	கு	3	தா
3	1		1

1	உ	இ	1
1	1	3	
கை	துத்தக் கிரமம்		வி
3			3
1			1
து	1	கு	தா
3		3	1

18. முசலில் எழுந்தது தாரக்கிரமம். இதில் ஏழு கேவம்களிரு தங்கள் சொந்த விடுகளில் நிற்பர். இக்கிரமத்திருவிந்தே இக்கே தந்திரு

குரம் வேறு 4 கிரமங்கள் உருவாயின. 5 கிரமங்களிலும் கைக்களையும் விளரியும் முறையே குரப்பத்திலும் கற்கடகத்திலும் நிலைத்து நிற்பர். கை-யிர் வி-யும் தாரக்கிரமத்தில் போல நிர்க, மற்ற ஐவரும் தாரக்கிர மத்தில் நின்று இடத்திலிருந்து ஒரு வீடு தள்ளி நிற்பது இளிக்கிரமம். (குறிப்பு: கை-க்கு லே வி-யும், வி-க்கு லே து-வும், து-க்கு லே இ-யும், இ-க்கு லே கு-யும், தாரக்கிரமத்தில் நிற்பர்); குறக்கிரமத்தில், கை, வி, து மூவரும் தாரக்கிரமத்திற் போல நிற்பர். மற்ற நால்வரும் ஒரு வீடு தள்ளி நிற்பர். விளரிக் கிரமத்தில், கை, வி, து, இ நிலைத்து (முதல் நிலைகளில்) நிற்பர், மற்ற மூவரும் ஒரு வீடு தள்ளி நிற்பர். துத்தக்கிரமத்தில், கை, வி, து, இ, கு நிலைத்து (தாரக்கிரமத்திற் போல) நிற்பர், மற்ற இருவரும் ஒரு வீடு தள்ளி நிற்பர். ஒவ்வொரு கிரமத்திலும் எழு பெரும் பாடியும் எழும். சங்கரத்தைப் பார்த்து ஒவ்வொரு பாலைக்கும் அவகு நிலைகளை வாசிக்கலாம். உதாரணமாக, விளரிக் கிரமத்தில் தா குரலாய (முதலாய) படுமலைப் பாலைக்கு (கடைபையி) அவகு நிலைகள்: தா=0 என்று கொள்வது; கு=3+1=4; து=4+3=7; கை=7+1+3=11; பிற வும் இப்படியே.

அவகு நிலைகள்:

0 4 7 11 13 16 20 22

இவ்வெண்களின் பொருளை கடைசியில் வரும் ருசிகையில் காண்க. தாரக் கிரமத்தில் துத்திரமே தா-வும் உ-வும் ஒவ்வொரு மாத்திரை பெறும், மற்ற 4 கிரமங்கள் ஒவ்வொன்றிலும் 4 மாத்திரை மூன்று முறையும், 3 மாத்திரை இரண்டு முறையும், 2 மாத்திரை இரண்டு முறையும் வரும். ஆகவே ஒவ்வொரு பாலைபிலும் $4 \times 3 + 3 \times 2 + 2 \times 2 = 22$ எனவும், $9/8 \times 9/8 \times 9/8 \times 16/15 \times 16/15 \times 16/15 \times 10/9 \times 10/9 = 2$ எனவும் வந்து பாலை நிலைகளைத்துக் கண்டாம். மாத்திரையைக் கூட்டிச் சென்று அவகு நிலைகள் பெறுவதால், $10/3$ இரண்டு மாத்திரை யென்று, சுருதி $2 = 10/9$ என்று வந்ததைக் கவனிக்க. $16/15$ மூன்று மாத்திரை யென்று (சுருதி $3 = 16/15$) கொள்வதே பொருத்தம். இவ்விதமே பண்டைத் தமிழர் கொண்டனர் என்ற உண்மையை அடியார்க்கு நல்லார் படுமலைப் பாலைக்குச் சொன்ன மாத்திரையிலக் கணத்தால் காண்கின்றோம். இதை இந்திய இசை நூல்கள் எழுதிய பிரபல ஆங்கில ஆசிரியர் அறிந்திலர். 22 சுருதிகள் எனவென்றும் அவற்றின் விடுதல்களையும் அறியாபையே

(ii) இல், த-முதலாய் 4 4 3 2 4 3 2 என்கிறார். இது உருபைப்

இத் முறையாய் இசை பயின்றவருக்கு உதவுதல். இதில் கண்ணிப்பாலை அலகுகளெல்லாம் களை அலகுகளாய் இருப்பதைக் காண்கிறோம். குழப்பப்பாலை அலகுகள் எல்லாம் நட்பு அலகுகள்.

21. பழந்தமிழரின் இசை சாஸ்திரியமானது என்பதைக் கண்டேசம் தற்காலம் சாஸ்திரிய சங்கீதமென்று வழங்கும் கர்நாடகப் பழந்தமிழரின் இசையோடு செவியுணர்வுக்கு ஒத்து வருவதைக் காட்டுவார். தராக் கிளத்தை எடுத்துக் கொள்வார். ஒவ்வொரு பாலைக்கும், சர்க்கரத்தைப் பார்த்து அலகுநிலைகளுள், கடைசியில் தாப்பட்டிருக்கும் குசிகையிலிருந்து அசைவெண்களுள் நீலாய் எழுதுவார். உடுக்குறியிட்ட சிங்களம் Rana Chandran's Ragas of Karnatic Music - Madras Academy Publication- இலிருந்து எடுக்கப்பட்டன. அசைவெண்களில் 1/80-க்கு அதிகமில்லாதிருக்கும் போது இரட்டைப் பின்னாளிலுள்ள வித்தி ராசப் போன்றது என்றும், நிலைத்துவிட்டு கேட்டாலொழிய இந்த வித்திராசப். செவியுணர்வுக்குப் புலப்படாது என்ற உண்மையையும் மனதில் பதித்துக் கொண்டு பார்க்க. குறு சிஷ்ய சம்பிரதாயத்தில் பயின்ற வித்தையை மெத்த மெச்சத் தோன்றும்.

0	4	8	12	13	17	21	22	தா-முதல்
256	288	324	364	384	432	486	512	மேற்செம்பாலை
256	288	324	364	384	432	486	512	* கல்யாணி
0	4	8	9	13	17	18	22	கு-முதல்
256	288	324	341	384	432	455	512	செம்பாலை
256	283	320	341	384	432	455	512	* அரிகாம்போதி
0	4	5	9	13	14	19	22	து-முதல்
256	288	303	341	384	404	455	512	படுமலைப்பாலை
256	288	307	341	384	404	455	512	* நடபைரவி
0	4	8	9	13	17	21	22	உ-முதல்
256	283	324	341	384	432	486	512	அரும்பாலை
256	288	324	341	384	432	486	512	* சங்கராபரணம்
0	4	5	9	13	17	18	22	இ-முதல்
256	283	303	341	384	432	455	512	கோடிப்பாலை
256	288	307	341	384	432	461	512	* கரஹரப்பிரியா
0	1	5	9	13	14	18	22	வி-முதல்
256	270	303	341	384	404	455	512	விளரிப்பாலை
256	273	303	341	384	410	456	512	* தோடி

22. பாலப்பெயருக்கு, இலக்கணத்திற் கூறப்பட்ட ஒலிகள் முதலில் எழுந்த வழு ஒலிகளே. அவை- தா கு து கை உ இ வி.

"உழை குலாயது அருப்பாலை" என்பதற்குப் பொருள்: உழை முதற் கைக்களை யிறுவாய்க் கிடந்த சிவம் ஏழும் அருப்பாலை; அதாவது:- உ இ வி தா கு து கை உ- என நிற்கும் பாலை (scale) இவ்வொலிகள் தாக்கிரமக் கொலிகளோடு ஒத்து நிற்கும்.

தாக்கிரமத்தில் எழுந் பெருப்பாலை (scale) களுக்கும் அலகு நிலைகளை எழுதி இனிக்காமத்தில் வரும் ஏழு பெருப்பாலைகளுக்கு மெழுதி, ஒப்பிட்டுப் பார்ப்போம். இந் கிரமங்களிலும் எந்தப்பாலையைப் பார்த்தாலும், சுவாஸ்கானங்களில் அதற்குரிய சுருதிகள் தப்பாது நிற்பதைக் காணலாம். அதாவது, இரட்டைப் பின்னாளில் ஒன்று வந்து நிற்கும்!

கிரமம் முதலாயவொலி பாலை		அலகு நிலைகள்									
தாக்க.	குரல்	செம்	0	4	8	9	13	17	21	22	22
இளிக.	தாரம்	செம்	0	4	8	11	13	17	20	22	22
தாரக்.	துத்தம்	படுமலைப்	0	4	5	9	13	14	18	22	22
இளிக.	குரல்	படுமலைப்	0	4	7	9	13	16	18	22	22
தாக்க.	கைக்களை	செவ்வழிப்	0	1	5	9	10	14	18	22	22
இளிக.	துத்தம்	செவ்வழிப்	0	8	5	9	12	14	18	22	22
தாக்க.	உழை	அரும்	0	4	8	9	13	17	21	22	22
இளிக.	கைக்களை	அரும்	0	2	6	9	11	15	19	22	22
தாரக்.	இளி	கோடிப்	0	4	5	9	13	17	18	22	22
இளிக.	உழை	கோடிப்	0	4	7	9	13	17	20	22	22
தாரக்.	விளரி	விளரிப்	0	1	5	9	13	14	18	22	22
இளிக.	இளி	விளரிப்	0	3	5	9	13	16	18	22	22
தாக்க.	தாரம்	மேற்செம்	0	4	8	12	13	17	21	22	22
இளிக.	விளரி	மேற்செம்	0	2	6	10	13	15	19	22	22

23. தாரம் ஆதிபாய வந்த பாம்பண:- உழை, குரல், இளி, துத்தம், விளரி, கைக்களை, இந்த எழுவுவரின் சொந்த வீடுகள் முறையே, சிங்கம் (காரி), மீனம், துலாம், இடபம், தனு, கர்க்கடகர், குப்பர். இவர்களில் இந்த நிலைகளே தாக்கிரமம். இக்கிரமத்தில், குரல் குலாயது (ஆகார சுருதியாயது) செப்பாலை. இசற்கு இலக்கணம், "குண்முதற்குர மிறுவாய்க் கிடந்த சிவமேழுஞ் செப்பாலை"

கு து கை உ இ வி தா
தாக்கிரமத்து மாத்திரைகள்: 4 4 4 1 4 4 1
இளிக்கிரமத்து மாத்திரைகள்: 4 4 3 2 4 3 2
இளிக்கிரமத்து மாத்திரைகள் தாக்கிரமத்துக்குரியன வென்று சொல்வது கண்த அந்நிலைகளையெழுது செய்கை - மாட்டு வண்டியில் குதிரையைப் பட்டியதுபோன்ற அவசரம் செய்கை.

24. ஆகார சுருதியிலிருந்து கிராமுறையாலேழுந்த முதலினை சுருதிகள் போகனத்தக் குரியன. முதலேழு சுருதிகள் கல்யாணியைத் தரும்.

இந்த ஏழு சுருங்குகளால் பெறப்படும் பாலைகள் எல்லா மேம்பாடடைந்த தேசமல்லாது விரும்பப் பட்டவை. இவை தரக்கீழ் சுருங்குகள். 13-ம் பாவில் கந்த இரு குத்திங்களுள் எத்தனையோ இசை அணுகங்களைப் புட்டி வைத்த பண்டைத் தமிழரின் மதிதூட்டத்தைக் கண்டு மகிழ்வோமாக.

25. படுமலைப்பாலை பென்பது கல்பாணியென்றும், இரண்டு மாத்திரை 16/15 விகிதத்தையும் மூன்று மாத்திரை 10/9 விகிதத்தையும் குறிக்கும்மன்றும், ஆழந்த ஆராய்ச்சி செய்பாதுவால் பரப்பப்பட்டுவிட்டது. இம் மூன்றும் பிழையென்று காட்டுவாம்.

பழந்தமிழ்சை இலக்கணத்துக்கமைய

தா	கு	து	கை	உ	இ	வி	தா—வுக்கு
256	288	324	364	384	432	486	அசைவெண்கள்
256	288	324	364	384	432	486	எண்கள் கல்பாணிக்

குரியவைபென்று Ragas of Karnatic Music-இல் விஞ்ஞான சாதினியால் வந்துள்ளது. “தாரம் குரலாயது மேற்செப்பாலை” இது பழந்தமிழ்சை யிலக்கணம். குரலாயது என்பதற்கு நீலில் முதலாய் நின்றுது என்று பொருள். “குரல் முதலாயது செம்பாலை” என்ற இலக்கணக் கூற்றிலும் இதவே பொருள். “குரன் முதற் குரமிறவாய்க் கிடக்க நிலேமுஞ் செம்பாலேதேர்”, என்று இலக்கணங் கூற்றார் பண்டையோர். தாவுக்குரலாய பாலை மேற்செப்பாலை. இது குறிப்பது கல்பாணியையே இரண்டுநீட்டம் எண்கள் ஒத்து நிற்பதைக் காண்க. ஆகவே, படுமலைப்பாலை கல்பாணியல்ல.

“துத்தம் குரலாயது படுமலைப்பாலை” இது இன்னமொரு இலக்கணக்கூற்று. இந்தப் பாலைக்கு அசைவெண்கள் இசைதவில் கணிக்கலாம். அவையாவன: (slide rule used)

256	288	303	341	384	405	455	512	(படுமலைப் பாலைக்கு)
253	283	307	341	384	404	455	512	Ragas of Karnatic Music-இல் இவை நடைபாணிக்கு எண்கள். படுமலைப்பாலை நடைபாணியே பென்பது தெளிவாகிறது. செவியுணர்வுக்கு 303-ம் 307-ம் ஊன்றிக் கேட்கப் பழகிய சிலருக்கன்றி, ஒன்றுதான். அடியார்த்து நல்லார் படுமலைப்பாலைக்கு மாத்திரை கூற்றார்—

4	4	3	2	4	3	2	—	என்று ஆகையால்,
0	4	7	9	13	16	18	22	அவது திண்காராகு. இவை
256	283	303	341	384	410	455	512	அசைவெண்களாகும். இவை நடைபாணியின் எண்களுடன் கெருக்கி நிற்பதைக் காண்க. இனி மூன்று மாத்திரை 10/9 எட்டது சரியாயின், நடபாணியின் —

கார்தாரம் = $238 \times 10/9 = 320$ இவ்விரு எண்களும் பெய்யாய் நடபாணியின் = $384 \times 10/9 = 427$ இவ்விரு குரியவை வல்ல. அரிசாரம்போதிக் குரியவை. ஆகையால் 3 மாத்திரைக்கு விகிதம் 10/9 என்று கூறுபது திறைபாது, 16/15 தான் சரி சம்பவாதித்துவத்தில்தொடங்கிக் கணிவதிறால் சுருதி 3 க்கு 16/15. சுருதி 2 க்கு 10/9 எனக்கண்ட விகிதங்களை பண்டைத் தமிழ்சை யிலக்கணத்துக்குப் பொருத்தம். இன்னமொரு வதிறால் 3 மாத்திரைக்கு 2 மாத்திரைக்கும் விகிதங்கள் எனவா என்று காணலாம். $9/3$ -க்கு 1 மாத்திரைபென்றும் $256/243$ -க்கு 1 மாத்திரை பென்றும் கண்டோம். $256/243 = 135/128$ (approx). 3 மாத்திரை = $9/8 \times 128/135 = 16/15$. 5 மாத்திரை = $9/8 \times 256/243 = 32/27$. ஆகையால் $32/27 \times 15/16 = 10/9 = 2$ மாத்திரை. சுருதி 22க்கு விகிதம் = 2. சுருதி 20 = $(9/8)^2 \times 32768/32805 = 9/5$ ஆகையால் 2 மாத்திரை = $2 \times 5/9 = 10/9$.

26. கீழே (a)யில் தாரம் முதலாக விகித நிலை உள்ளது. (b)யில் உழை முதலாக உள்ள பாலைக்கு நிலை. (c)யில் உழையைய ஒன்றுக்கிவந்த நிலை உள்ளது. அதாவது எங்கும் 9/3 ஆவ் (b)யைப் பெருக்கிவந்தது (c) யிலுள்ள உருவம் Pythagorean Heptatonic (Lydian) Scale. இது உழை குரலாகிய அரும்பாலை (சங்கராபாணம்).

(a) 1 2 3 4 5 6 7 8
(b) 1 2 3 4 5 6 7 8
(c) 1 2 3 4 5 6 7 8

27. ஒலிப்பெண் கு-முதலிய எழுவரும், முறையே 4 4 3 2 4 3 2 மாத்திரை பெறப்போது, அதாவது இளிக் கிமத்தில் நிற்கும்போது, கு முதலாய் பாலை, படுமலைப் பாலை, கை முதலாயது அரும்பாலை (சங்கராபாணம்); உ முதலாயது கோடிப்பாலை; இ முதலாயது விளரிப்பாலை (தோடி); வி முதலாயது மேற்செப்பாலை கல்பாணி; தா முதலாயது செம்பாலை (அரிசாரம்போதி). இவ்வித்தமே, எத்தக் கிமத்திலையினுஞ் சரி எவன் முதலாயது எத்தப் பாலை பென்ம key board இல்போல் உடனே சொல்லிவிடலாம். கிமங்காலை சுருங்குகளையே அறிந்து கொள்ளலாம்; சுவரத்தானம் என்பதோடு நிற்காது தன்னிதரப் இயைய்வு பெறலாம். இக் கிமங்கள் பண்டைத் தமிழரின் சொத்து; Graha (கிராம) த்தையே கிமமென்று சொல்கிறார்

என அநியாயமாயல் எண்ணிக் கொள்வது, முன்புவந்த செவியைப் பின்புவந்த கொம்பு மறைத்த கதை.

28 22 அலகுள்ள அசைவெண்கள், அலகுநிலைகள் (சுருதி இலக் கங்கள்), இவற்றைக் காட்டும் குறையை.

கிளை முறையால் (ச-ப) —			நட்பு முறையால் (ச-ம)		
அசைவெண் அலகுநிலை விகிதம் சுவரம்			விகிதம் அலகுநிலை அசைவெண்		
256	(0)	1	ச	1	(0) 256
273.4	(3)	16/15	(சின்ன சி)ர	256/243	(1) 269.7
288	(4)	9/8	(பெரிய ரி)ரி	10/9	(2) 284.2
307.6	(7)	6/5	(சின்ன க)க	32/27	(5) 303.4
324	(8)	81/64	(பெரிய க)க	5/4	(6) 319.7
346.1	(11)	27/20	(சின்ன ப)ப	4/3	(9) 341.3
364.5	(12)	64/45	(பெரிய ம)மி	45/32	(10) 359.6
384	(13)	3/2	ப	40/27	(11) 378.9
410.1	(16)	8/5	(சின்ன த)த	128/81	(14) 404.5
432	(17)	27/16	(பெரிய த)தி	5/3	(15) 426.3
461.4	(20)	9/5	(சின்ன தி)தி	16/9	(18) 455.1
486	(21)	243/128	(பெரிய தி)தி	15/8	(19) 479.5
512	(22)	2/1	சு	2/1	(22) 512

குறிப்பு: கிளை 11-க்குக் கிளையின் அசைவெண் = 519.1 இது ச-வுக்கு மிகவுருங்கியது; ச-வுக்கு 3.5 உயர்ந்தது. ர-வுக்கு எண் 269.7. ஆகையால் ச-வுர அநிக்காது-ஆகார சுருதிபைக் கெடுக்கு மாகையால். ர-வுர தன் வீட்டில் ஏற்காது. நட்பு 11 = 378.9. இதை கிளை 13, அதாவது ப-வுர (384) ஏற்காது. 12-உம் (364.5) ஏற்காது. இந்த நட்பு 11 மெளர்த்த திரிசங்குலோகத்தில் நிற்கும். ப-வுக்குக் கிட்டியதாலுங் குற்றஞ் செய்து விட்டது, மி-க்கு எட்டியதாலுங் குற்றம்!

இப்பிரகாரம் வேண்டுமோர் வை. ந. வாசா, 12 பப்பின் லேன், மொழிப்பு 4. என்ற விலாசத்திற்கு எழுதி இனாமாகப் பெற்றுக்கொள்க.

பழந் தமிழிசை.

(ஐர் புதுமைக் கட்டுரை)

எழுதியவர்:

வை. நடராஜா

மிகு ரிப்பான்:

சீ. கந்திராமன் ஐயர் F. R. A. S.

பழந்தமிழிசை.

தாரம் என்னும் பெயருள்ள தேவமகன் உழை என்பவனைப் பெற்றான். உழை பெற்றான் குரல் என்பவனை. குரல் பெற்றான் இளி என்பவனை. இளி பெற்றான் துத்தம் என்பவனை. துத்தம் பெற்றான் விளரி என்பவனை. விளரி பெற்றான் கைக்களை என்ற பெண்ணை. இந்த எழுவரும் தேவமகளிராகையால் மூப்பற்பார். என்றும் இளம் அழகியார். இவர்களின் பேச்சோ தீங்குமுல்லையும்கூட இன்னிசை யாமோ பெயர். இவர் ஆடல் பாடலில் மிகவும் விருப்பமுடையவர். தாரம், குரல், துத்தம், கைக்களை, உழை, இளி, விளரி, தாரம் என்ற ஒழுக்கில் வட்டமாய் நின்று ஆடியும் பாடியும் மகிழ்வார். தாரம் முதலாக (தா கு து கை உ இ வி தா என்ற நிலையில்) ஒலிக்கும் போது மேற்செய்யாலை (கல்பாணி) மொன்ற தேவதை தோன்றும்; குரல் முதலாக (கு து கை உ இ வி தா கு என்ற ஒழுக்கில்) ஒலிக்கும் போது செம்பாலை (அரிகாம் போதி) மொன்ற தேவதை வந்தலாவும். துத்தம் முதலாக எழுவரும் ஒலிக்கும் போது படுமலைப்பாலை (தட்பாணி) த்தேவதை தோன்றும். கைக்களை முதலாக எழுவரும் ஒலிக்கும் போது செவ்வழி - த்தேவதை வரும். உழை முதலாக எழுவரும் ஒலிக்கும் போது அரும்பாலை (சங்கராபாணம்) என்றும் தேவதை காட்சி தரும். இளி முதலாக, கோடிப் பாலை (காஷாப்சிரியா) என்றும் தேவதை வந்து நிற்கும். விளரி முதலாக, விளரிப்பாலை (தேடி) த்தேவதை பிரசன்னமாகும்.

2. கிரேக்கர் கொண்ட Pythagorean Heptatonic Scale- விதுள்ள ஒலிகள், பழந்தமிழரின் தாரம், குரல், துத்தம், கைக்களை, உழை, இளி, விளரி, என்னும் ஒலிகளே பெண்பதைப் பின்னாகக் கணிதவழியால் காட்டுவார். இந்தப்பாலை எக்கர் அருப்பாடையே (சங்கராபாணம்).

3. தா கு து கை உ இ வி தா என்னும் நிலையை ச ரி₂ க₂ ம₂ ப த₂ நி₂ ச என்ற கூறுவார். ச - என்பது மேல் ச -வை (Octave of sa)

கைக்களை (ம₂) கடைசியில் பிறந்த இவளோடு பிறப்பு முடிந்து விடவில்லை. இவளுடைய பிற்சந்ததியைப் பார்ப்போம். ம₂ பெற்றான் ரி₁ என்பவனை; ரி₁ பெற்றான் த₁ என்பவனை; த₁ பெற்றான் க₁ என்பவனை; க₁ பெற்றான் நி₁ என்பவனை; நி₁ பெற்றான் ம₁ என்பவனை. ம₁ பெற்றான் ஒரு விசித்திரப்பெண்ணை. இந்த 13-வது பெண்ணைத் தனியே

மீழை திருத்தம்

4ம் பக்கத்தில் 8-ம் பராவில் முதலாம் வரியில் 'இலக் கணங்கனாலே' என்று இருப்பதை 'இலக்கங்கனாலே' என்று திருத்திக் கொள்ளவும்.

பார்த்தால், அழகிலும் உருவிலும் ச-வை நிகர்த்தவர். உண்மையில் இவன் ச-விலும் சற்று உயரமானவன். இவனை இன்னுமொரு ச-வென்று ஏற்க முடியாது. என்னில் ச-ப-ச் என்ற ஒலிகளிலே ப-ச்-வின் சிறுபாற்றம் ஏற்பட்டாலும், அதாவது ப-அல்லது ச-சுற்றுக் கூடியனவற்றைச் சுவையும் இசைக்கு இழுக்கு வந்து விடும். ச-ப-ச் என்ற ஒலிகள் தான் பின்னணியில் (Back Ground) ஒரு சிறு மாற்றமும் இருக்கப்பட்டது. இதற்காகவே வைனிகள் முகலாவதாக "சுருதி" பண்ணிக் கொண்டு வாசிப்பான். ச-வுடைய உன்னத ஸ்தானத்தை ச-விலிருந்து களைத்தவன். அடைய மாட்டான். ஆகவே, களைமுறையால் (ச-வுப் ப-வுப் உட்பட) பண்ணிடு சுருதிப் பெண்கள் வந்த வாலாற்றைக் கேட்டோம்.

4. ப-ச் உறவு, ச-ம உறவு ஒன்றுதான் என்று சிறுநம் உணர்வர். இந்த உறவை நடு உறவு, $4/3$ உறவு, fourth, ச-ம சுவாதித்தவம் என்று பலவாறு கூறப்படும். அதை சுருதியாகிய ச-விலிருந்து நடு முறையால் (ச-உட்பட) 12 சுருதிப் பெண்கள் தோற்றவர். இவர்களில் கடைசியாக வந்தவன், அழகிலும் உருவத்திலும் ப-காலே என மடங்கச் செய்யும் விசித்திரன். உண்மையில் இவன் ப-விலுஞ் சற்றுக் தாழ்ந்தவன். இவனை நீக்கவிட்டால், 11 சுருதிப் பெண்கள் தோற்றினர். ச-வை முன்பே களை சுருதிகளோடு எண்ணி விட்டோம். நடு சுருதி பத்தம் களை சுருதி பன்னிசைநம் சொத்தம் 22 சுருதிகள் (அலகு) கண்டோம். நடு சுருதிகள் வந்த விபரம் பின்வருமாறு:- ச-விலிருந்து m_1 சிகேகிதியாய் வந்தான் m_1 க்கு சிகேகிதி n_1 ; n_1 க்கு சிகேகிதி k_1 ; k_1 க்கு t_1 ; t_1 க்கு r_1 ; r_1 க்கு m_2 ; m_2 க்கு n_2 ; n_2 க்கு k_2 ; k_2 க்கு t_2 ; t_2 க்கு r_2 ; r_2 க்கு விசித்திரப்பெண் ப. இவன் நீக்கப்படுகிறான். பாட்டி கடை போல 22 சுருதிகளை விபரித்தோம். இனி 12 சுவர்தானங்களில் 22 சுருதிகள் இரட்டைப் பிள்ளைகள் போல வந்தமைந்த விசக்கைக் கணித உதிர்பாடும் பந்தம்மீது எமக்குத் தந்த இலக்கணத்தாலும் விளக்குவாம்.

5. ச- r_1 n_1 k_1 t_1 m_1 m_2 p t_2 n_2 r_2 ச-வை
ச- r n k t m p t n r ச-என்று

தற்காலப் பாணியில் பேசிக் கொள்வோம். களைச் சுருதிகள் 12-க்கு நடு சுருதிகள் 10-க்கும் 1,2,3,4,... என்று 22 என்கள் குட்டுவாம். ச-வுக்கு 0, ச-வுக்கு 22 என்றும் ப-வுக்கு 13, ம-வுக்கு (நடு-ம) 9

என்றும் கொள்வோம். இதற்கு தியாயமும் உண்டு. கணிதம் விளங்கு கண்டால் பின்வருஞ் சூதிகையில் உண்மை பொதிந்திருக்கின்றன என்று நம்பும்.

6. பரிபாறாத் துறியு: சின்னச் சுவரங்களை ச-க-ம-த-ந-என்றும் பெரிப-சுவரங்களை ரி-கி-மி-தி-நி-என்றும் தற்காலத்தில் வழங்கப்படுகிறது. வடகாட்டில் கோமாளி, தீவர என வழங்கும்.

ச-ப-ச் ஒலிகளின் உணர்வே (Perception) தமிழரின் இசைக்கு ஆகாரம். இவ்வுணர்வைக் கொண்டு கணிதவழியால் சுவரங்களைக் கண்டறிபவன் புர, சுருதிகள் (அலகு) இருபத்திரண்டையுப் பெறுவாம். ச- $=1$ என்று கொள்வோம்; ச-ப-விசை $3/2$ என்றும், ப-ச்-விசை $4/3$ என்றும், ச-ம-விசை $4/3$ தான் என்று கணிகம் பயின்றவர் உறிவர். ச-வுக்குச் சற்று வேறுபட்டவொரு சுருதி அல்லது ப-வுக்குச் சற்று வேறுபட்டவொரு சுருதி ச-ப-ச் ஒலிகளின் குறையவைக் கெடுக்கு. இவருக்குச் ச-ப-வின் உன்னத நிலை கிடையாது. ஆகா சுருதியாகிய ச- n_1 r_1 t_1 k_1 m_1 m_2 p t_2 n_2 r_2 (பெரிப) சுவரங்களாகிய ரி-கி-மி-தி-நி-வரும். இன்னும் எதிச் சென்றால், கோமாளி (சின்ன) சுவரங்களாகிய ச-க-ம-த-ந-வரும். இவற்றை நிலைய நிறுத்தலால், ச- r n k t m p t n r - ஆகிய 12 சுருதிகள் 12 சுவரங்களைகளில் நிற்கும். ம (கோமாளி) விசைக்கு ஒரு $3/2$ படி ஏற்றால் ச-வுக்குச் சற்று தீவிரமான ஒரு சுருதி வரும். ச-வுக்கு மட்டுமே ஆகா சுருதி ஒலிகளில் இடமுண்டு. ஆகையால் இத்தீவிர ச-வைச் சுருதிகளோடு எண்ணமுடியாது. இவற்றிற்கு கணிதம்: ச- $=1$; $1 \times 3/2 = 3/2 = ப$; $3/2 \times 3/2 = 9/4$; (இவ் ச-வுக்கு உயர் நிற்கும்) சமநிலை தானத்தில் (octave) இறங்கலால் $9/4 \times 1/2 = 9/8$ ஆகும்; $9/8 = ர$; $9/8 \times 3/2 = 27/16 = க$; $27/16 \times 3/2 \times 1/2 = 81/64 = க$; $81/64 \times 3/2 = 243/128 = க$; $243/128 \times 3/2 \times 1/2 \times 3/2 = 64/45 = ம$; (இவ் கு-க்குக் கிட்டியவொரு பின்னத்தைப் புதுக்கொடு); $64/45 \times 3/2 \times 1/2 = 16/15 = ர$; $16/15 \times 3/2 = 8/5 = க$; $8/5 \times 3/2 \times 1/2 = 6/5 = க$; $6/5 \times 3/2 = 9/5 = க$; $9/5 \times 3/2 \times 1/2 = 27/20 = ம$; $27/20 \times 3/2 = 81/40 = தீவிரச்$; இது கிட்டப் படுகிறது.

7. இனி, $4/3$ விசைப்படி யேறிச்சென்றால், இன்னும் 11 சுருதிகள் பெறுவாம். $4/3 = ர$; $4/3 \times 4/3 = 16/9 = க$; $16/9 \times 4/3 \times 1/2 = 32/27 = க$; $32/27 \times 4/3 = 128/81 = த$; $128/81 \times 4/3 \times 1/2 = 256/243 = ர$;

$256/243 \times 4/3 \times 32305/32769 = 45/32 = \text{மீ}$; $45/32 \times 4/3 = 15/8 = \text{நீ}$;
 $15/8 \times 2/3 = 5/4 = \text{கீ}$; $5/4 \times 4/3 = 5/3 = \text{கீ}$; $5/3 \times 4/3 \times 1/2 =$
 $10/9 = \text{நீ}$; $10/9 \times 4/3 = 40/27 = \text{மீ}$. இந்தப் ப-வாணது ச-ச-வில்
 வரும் ப-வுக்குச் ச-வதுத் தாழ்த்து திற்தம்; இவையுள் குள்ளிடவேண்
 டு. $4/3$ விசுதப்படியில் 10 சுருதிகள் வருகின்றன; முன்பு $3/2$ விசுதப்
 படியில் 12 கண்டோம். ஆகவே பழக்கமிழர் கொண்ட 22 சுருதிகளையும்
 கணிதக் கருவியால் காண்கின்றோம்.

8. 22 சுருதிகளை 22 இலக்கங்களாலே பேசிக் கொள்ளலாம்
 பெரியக, சின்ன ம, என்ற பாகவகைய அகற்றிப் பேசிக்கொள்ளலாம்.
 சுருதி 8, சுருதி 9, சுருதி 12, என்ற விகமாய். இது சுருதி இலக்கங்
 களுக்கிடையில் உள்ள விசுதயாசம் பாகத்தினை என்ற பெயரால் வழங்கும்.

ச ம ப ச்-வுக்கு விசுதங்கள் —

1 $4/3$ $3/2$ 2 ஆகவே ம-வுக்கும் ப-வுக்கு மிடையிலுள்ள
 விசுதம் $= 9/8$. இதை நம்முன்னோர் 4 மாத்தினைபெனக் கொண்டனர்.
 இதற்கு சிபாயமுண்டு. இசையும் கணிதக் கருவி கொண்டே நோக்க
 வேண்டும். $13+9=22$. ம-வுக்கு 8 அல்லது 10 பொருத்தாது.
 $13-9=4$ மாத்தினை.

9. $3/2$ விசுதப்படியில் வந்த ச ரி கி மி ப தி கி ச்-வுக்கு
 இடைவெளி விசுதங்களை எழுதலாம்:- (மீ $= 729/512$ எனக்கொள்க)
 $ரி/ச = 9/8$; $க/ரி = 9/8$; இவ்வாறு:-

	ச	ரி	கி	மி	ப	தி	கி	ச்
இடைவிசுதம்	$\frac{9}{8}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{256}{13}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{256}{13}$... (i)
அலகு	4	4	4	1	4	4	1	... (ii)
அலகு நிலை	0	4	8	12	13	17	21	22... (iii)

(i) இன் பெருக்கு $= 2$ } ஆகவே பாலை (scale) கருவிய இலக்கணம்
 (ii) இன் கூட்டு $= 22$ } அமைகிறது.

(iii) இல் சுருதி இலக்கங்களைக் காண்க. இவை $3/2$ விசுதப்படியில்
 வந்தவை. ஆகவே $9/8 = 4$ மாத்தினை, $256/243 = 1$ மாத்தினையாயும்
 கொள்வதே பொருத்தம். பின்னங்களை நீக்கி மாத்தினையால் பேசிக்
 கொள்கின்றோம். 3 மாத்தினை $= 16/15$; 2 மாத்தினை $= 10/9$ என்று பின்
 ஞாபகப்படுத்துவோம்.

10. $3/2$ விசுதப்படியில் தோன்றும் சுருதிகளுக்கு இலக்கங்கள்
 காண்பாம். ச-வுக்கு இலக்கம் 0. ச்-வுக்கு இலக்கம் 22. ப-வுக்கு
 இலக்கம் $0+13=13$; ரி-க்கு இலக்கம் $13+13-22=4$; தி-க்கு
 $4+13=17$; கி-க்கு $17+13-22=8$; கி-க்கு $8+13=21$; மி-க்கு
 $21+13-22=12$; ர-வுக்கு $12+13-22=3$; த-வுக்கு $3+13=16$;
 க-வுக்கு $16+13-22=7$; ங-வுக்கு $7+13=20$; ம-வுக்கு $20+13-$
 $22=11$.

11. இனி $4/3$ விசுதப்படியில் வரும் சுருதிகளுக்கு இலக்கங்கள்:
 $ச=0$; ம-வுக்கு $0+9=9$; க-வுக்கு $9+9=18$; க-வுக்கு $18+9-22$
 $=5$; த-வுக்கு $5+9=14$; ர-வுக்கு $14+9-22=1$; மி-க்கு $1+9$
 $=10$; ரி-க்கு $10+9=19$; கி-க்கு $19+9-22=6$; தி-க்கு $6+9$
 $=15$; ரி-க்கு $15+9-22=2$; ப-வுக்கு $2+9=11$. இந்தப் ப-
 வாணது $3/2$ விசுதப்படியில் வரும் ப-வுக்குச் சற்றுத் தாழ்த்து.
 ஆகையால் இதற்கு சுருதி இலக்கம் (11) கொடுக்கப்பட்டாலும் சுருதி
 களில் இதுவும் ஒன்றாக எண்ணப்படுவதில்லை. முன்பே 11 தோன்றி
 விட்டது கிளைமுறையில்.

12. ர ரி க கி ம மி ப த தி கி -என்று அறியப்படும் (சின்
 னதும் பெரியதும்) 11 காந்தானங்கள் ஒவ்வொன்றிலும் இரு சுருதிப்
 பெண்கள் வந்தடைகின்றனர். $3/2$ விசுதப்படியில் வந்தவள் முந்தியவள்
 $4/3$ விசுதப்படியில் வந்தவள் பிந்தியவள். இருவரும் ஒத்த அழகியர்,
 அத்தோடு இரட்டைப் பிள்ளைகள்! பிந்தியவளின் எண்பதிலொரு
 பாகத்தால் முந்தியவள் உயரமானவள். ஆகார சுருதி இடைவிடாது
 ஒலித்துக் கொண்டிருக்கும் போது இருவரையும் எவர் எவர் என
 உணர்முடியும். ஆகார சுருதி ஒலிக்காதிருக்கும் போது இருவரும்
 அந்தத்துக்கு சின்னலொழிப இவர்களைப் பிரித்தறிய முடியாது. இது
 ஒரு -யனோத்தவ உண்மை; கண்ணால் உணரும் கிட்டிய வர்ணங்
 களுக்கும் இது பொருத்தம். எது கூடிய நிறமென்று உணர்வதற்கு
 ஒன்றுடன் மற்றதைப் பங்கத்தில் வைக்கவேண்டும்.

13. தாரத்துட் டோன்று முழையுழை யுட்டோன்றும்
 ஒருங் குரல்துறல் னுட்டோன்றிச்—சேருமிளி:
 யுட்டோன்றுந் துத்தத்துட் டோன்றும் விளரியுட்
 கைக்கிளை தோன்றும் பிறப்பு.

(இது பண்டைத் தமிழரின் இசை இலக்கணம்)

தாரம் - உழை - குரல் - இளி - துத்தம் - விளி - கைக்கிளை பிறந்த விதத்தை இது சொல்கிறது. தாரத்துக்கு மகள் உழை; உழை 3/2; உழைக்குத் தாய் தாரம்; உழை 4/3. இவ்விருவற்றைக்கொக் கொண்டு 22 சுருதிகளையும் காணலாம்.

14. ஏழு தேவ மகளிரும் நிற்கும் முதல் நிலைகளைச் சொல்லும் இன்னுமொரு பழந் தமிழிசைச் சூத்திரம்:-

துலைநிலைச் சூரலுத் தனுநிலைத் துத்தமும்
நிலைபெறு கும்பத்து நேர்கைக் கிடையும்
மீளத் துழையும் விடைநிலத் தீளியும்
மானக் கட்டத்து மன்னிய விளரியும்
அரிவிடைத் தாரமு மனைவுறக் கொளலே.

இரு சூத்திரங்களையும் காட்டும் இராசிச் சக்கரம்.

உ	1	இ	1
கை	தாரக்கிரமம்	3	வி
3			3
1			தா
			1
து	1	கு	1
3		3	

இராசிச் சக்கரத்தில் தாரத்துக் கெட்டில் உழையும், உழைக் கெட்டில் குரலும், குரலுக் கெட்டில் இளியும், இளிக் கெட்டில் துத்தமும், துத்தத்துக் கெட்டில் விளரியும், விளரிக் கெட்டில் கைக்கிளையும் நிற்கின்றனர். இவ்விதமே எட்டாமிடங்களில் ஐனா

சுருதிகள் நிற்கும்; கும்பத்தில் கைக்கிளை நிற்கின்றது. கைக்கிளைக் கெட்டில் கன்னியில் ஒரு சுருதி, கன்னிக் கெட்டாகிய மேடத்தில் ஒரு சுருதி, விருச்சிகத்தில் ஒன்று, மிதுனத்தில் ஒன்று, மகரத்தில் ஒன்று-இவ்விதம் 12 வீடுகளிலும் 12 சுருதிகள் வரும். மகரத்துக் கெட்டாகிய சிங்கத்தின் அதாவது யாம் முதலில் தொடங்கிய வீட்டில் ஒரு சுருதி வருந்; இதை நீக்கிவிடுவது. ஏனென்றால் இச் சுருதிச் ச-வுக்குச் சுற்றுக் தீவியமானதாகையால்.

15. இன்னும் கட்டமுறையால் - நின்ற வீட்டிற்கு ஆறாம் வீட்டில் சுருதிகள் வரும் மகாம், மிதுனம், விருச்சிகம், மேடம், கன்னி, கும்பம், மகரகடகம், தனு, இடபம், துலாம் ஆகிய பத்து வீடுகளில் சுருதிகள் வரும். துலாமுக்கு ஆறாம் வீடாகிய மீனத்தில் ஒரு சுருதி வரும். இதை நீக்கி விடவும். ஏனெனில், சிங்கத்திலும் மீனத்திலும் (ச-ப நிலைகளில்) கட்டிய, நெருங்கிய சுருதிகளை ஏற்க முடியாது. ஆகவே இவை முறையில் (3/2 விதப்படியில்), சிங்கம் முதல் 12 வீடுகளிலும் 12

சுருதிகள், சிங்கம் மீனம் நீங்கலாக, கட்ட முறையில் (4/3 விதப்படியில்) 10 வீடுகளில் பத்து சுருதிகளும், ஆக 22 சுருதிகள் 12 வீடுகளில் வந்தடைந்து நிற்பதைக் காண்கின்றோம்.

16. பற்றிசை=3 மாத்திரை, குற்றிசை=1 மாத்திரை என்று கொள்க இளையிப்பால் எழுந்த சுருதிகளின் அலகு நிலைகள்:-

0 3 4 7 8 11 12 13 16 17 20 21 22 (iv)

3 1 3 1 3 1 1 3 1 3 1 1 இடைவேளி.

5 பற்றிசையும் 7 குற்றிசையும் 12 வீட்டுக்குப் போகவேண்டும்.

செவ் க-து வி த ம கு மீ மே இ மி கற் சிங்-வீடுகள்

தா கு து கை உ இ வி தா-சுருதிகள்

0 4 8 12 13 17 21 22-அலகு நிலை

1 3 1 3 1 3 1 1 3 1 3 இராசிக்கு

குரல், துத்தம், கைக்கிளை, இளி, விளி ஒவ்வொருவரும் 4 மாத்திரை பெறுகின்றனர். ஆகையால் இவர்கள் நின்ற இராசிக்கு 5 பற்றிசையையும், ஏனைய 7 இராசிகளுக்கு 7 குற்றிசையைப் பகிர்ந்து கொடுப்பாம். இராசிச் சக்கரத்தைப் பார்க்க. (iv)-இல் வரும் சுருதிகள் கன்னிப்பாலை சுருதிகள் என்பதாகக் காண்கிறோம். அதாவது கன்னி (1), துலாம் 0+3=3, விருச் 3+1=4; இவ்விதமே மாத்திரைகளைக் கூட்டிச் செல்ல, கன்னிப்பாலை சுருதிகள் வரும். கும்பப்பாலைக்கு குற்பத்தை 0 எனக் கொண்டு கூட்டிச்செல்க.

0 3 4 7 8 11 12 13 16 17 20 21 22 இதுகன்னிப்பாலை
0 1 2 5 6 9 10 11 14 15 18 19 22 இது குற்பப்பாலை.
கட்ட முறையால் வந்த சுருதிகள் (4/3 விதப்படியில்) குற்பப்பாலை சுருதிகள் வருவதைக் காண்க.

17. தாரக்கிரமத்தில்: 1, 4, 5, 8, 9, 10, 12, 13, 14, 17, 18 21 என்னும் 12 சுருதிகளை பாலைகளில் வருந். இளிய சுருதிகள் பல்வற்றால் கட்டப்பது இசையினியைவதுக்குக் காரணம். ஆகவே பண்டை இசையாசிரியர் வேறு கிரமங்களைக் கண்டு, அவை தம்மைப் பயன்படுத்துவாராயினர். இந்தப் பாரா முடிவில் நானு கிரமங்கள் தருகின்றும். இனிமேல்க்கில் குரலும் துத்தமும் இளியும் 4 மாத்திரை பெறும்; கைக்கிளையும் விளரியும் 3 மாத்திரை பெறும்; உழையும் தா

மும் 2 மாத்திரை பெறும். இவ்விதமாய்க் கொள்ளப்படி அடியார்க்கு நல்லருளையுட்குறித்திருக்கின்றது. (ஆயச்சியர் துாவயில்) “அலை நிலைக் குளும்.....கொள்ளே” என்ற மேற் கூறியுள்ள இலக்கணத்துக் கையா சுருதிப் பெண்கள் சின்று பாடும் போது (இது தாக்கிரபர்)-

உ	1	இ	1
கை			வி
3	தாக்கிரமம்		3
1			தா
			1
து	1	கு	1
3			

குால் குாலாயது (முதலாக) செம் பாலே (அரிகரம் போதி), துத்தம் குாலாயது படுமலைப்பாலே (நடை பையி), கைக்களை குாலாயது செவ் வழிப்பாலே (சுத்தசோடி), உழை குாலாயது அருப்பாலே (சங்கராபரணம்.) இனி குாலாயது கோடிப் பாலே (காணாப்பிரியா), விளி குாலாயது விளசிப்பாலே (தோடி), தாரம் குாலாயது மேற் செப்பாலே (கல்யாண்). குாலாக, முதலாக, ஆகார சுருதியாக, tonic ஆக, எல்லாம் ஒரு பொருட் சொற்கள். மேற்செம் பாலே தோற் பவதற்கு சுருதிப் பெண்கள் தங்கள் முதலிலே (சொந்த உடுகள்) மாறுது தா கு து கை உ இ வி தா நிற்பர்.

1	உ	3	இ
கை	1		வி
3	இளிக்கிரமம்		3
து			1
1			
3	கு	3	தா
	1		1

1	உ	3	இ
கை	1		வி
3	குாலகிரமம்		3
1			1
து	கு	3	தா
3	1		1

1	உ	இ	1
கை	1	3	வி
3	விளரிக் கிரமம்		3
1			1
து	கு	3	தா
3	1		1

1	உ	இ	1
கை	1	3	வி
3	துத்தக் கிரமம்		3
1			1
து	1	கு	தா
3		3	1

18. முரலில் எழுந்தது தாக்கிரமம். இதில் ஏழு தேவமகளிரும் தங்கள் சொந்த வீடுகளில் நிற்பர். இங்குமத்திருந்தே இக்கே தந்திருக்

கும் வேறு 4 கிரமங்கள் உருவாயின. 5 கிரமங்களிலும் கைக்களையும் விளரியும் முறையே குறிப்பத்திலும் கற்கடகத்திலும் நிலைத்து நிற்பர். கையு விளரியும் தாக்கிரமத்தில் போல நிற்க, மற்ற ஐவரும் தாக்கிர மத்தில் நின்ற இடத்திலிருந்து ஒரு வீடு தள்ளி நிற்பது இளிக்கிரபா. (குறிப்பு. கைக்கு லீல் விடும்; விக்கு லீல் துவும்; துக்கு லீல் இடும்; இக்கு லீல் துவும் தாக்கிரமத்தில் நிற்பர்); குறக்கிரமத்தில், கை, வி, து மூவரும் தாக்கிரமத்திற் போல நிற்பர். மற்ற நால்வரும் ஒரு வீடு தள்ளி நிற்பர். விளரிக் கிரமத்தில், கை, வி, து, இ. நிலைத்து (முதல் நிலைகளில்) நிற்பர், மற்ற மூவரும் ஒரு வீடு தள்ளி நிற்பர். துத்தக் கிரமத்தில், கை, வி, து, இ, கு நிலைத்து (தாக்கிரமத்திற் போல) நிற்பர், மற்ற இருவரும் ஒரு வீடு தள்ளி நிற்பர். ஒவ்வொரு கிரமத்திலும் ஏழு பெரும் பாடியும் எழும். சக்கரத்தைப் பார்த்து ஒவ்வொரு பாலைக்கும் அவகு நிலைகளை வாசிக்கலாம். உதாரணமாக, விளரிக் கிரமத்தில் தா குாலாய (முதலாய) படுமலைப் பாலுக்கு (உடையாவி) அவகு நிலைகள்: தா=0 என்று கொள்வது; கு=3+1=4; து=4+3=7; கை=7+1+3=11; 15ற வும் இப்படியே.

அவகு நிலைகள்:

0 4 7 11 13 16 20 22

இவ்வெண்களின் பொருளை கடைசியில் வரும் குசிகையில் காண்க. சுருதி 4, சுருதி 7, சுருதி 11..... என்று வாசித்துக் கொள்க. தாக்கிரமத்தில் மீத்தியமே தா-வும் உ-வும் ஒவ்வொரு மாத்திரை பெறும், மற்ற 4 கிரமங்கள் ஒவ்வொன்றிலும் 4 மாத்திரை மூன்று முறையும், 3 மாத்திரை இரண்டு முறையும், 2 மாத்திரை இரண்டு முறையும் வரும். ஆகவே ஒவ்வொரு பாலைதும் $4 \times 3 + 3 \times 2 + 2 \times 2 = 22$ எனவும், $9/8 \times 9/8 \times 9/8 \times 16/15 \times 16/15 \times 16/15 \times 10/9 \times 10/9 = 2$ எனவும் வந்து பாலை நிலங்களைத் துத்தக் கிரமம். மாத்திரையைக் கூட்டிச் சென்று அவகு நிலைகள் பெறுவதால், $10/9$ இரண்டு மாத்திரை பென்று, சுருதி $2 = 10/9$ என்று வந்ததைக் கவனிக்க. $16/15$ மூன்று மாத்திரை பென்று (சுருதி $3 = 16/15$) கொள்வதே பொருத்தம். இவ்விதமே பண்டைத் தமிழர் கொண்டனர் என்ற உண்மையை அடியார்க்கு நல்லார் படுமலைப் பாலைக்குச் சொன்ன மாத்திரையிலக் கணத்தால் காண்கின்றோம். இதை இந்திய இசை நூல்கள் எழுதிய பிரபல ஆங்கில ஆசிரியர் அறிந்தவர். 22 சுருதி என்னவென்று அன்றின் விதிகளையும் அறியாப்பே

காரணம் என்று எண்ண வேண்டியிருக்கின்றது. அவர் கேட்டதை எழுதி வைத்தனர். கேட்டதொன்றை நம்மவர் கவி போலத் திருப்பித் திருப்பிச் சொல்லி விடுவதால் பிழை யொன்று நெய்யாய் வந்துவிட்டாட்டோது. அடியார்க்கு நல்லார் படுபலைப்பாலைக்குக் கூறிய மாத்திரை நினைந்துகே மற்ற ஆறு பெரும் பாலைகளுக்கும் மாத்திரை நிலைகளை எழுதி விடலாம் படுபலைப்பாலைக்கு 4 4 3 2 4 3 2; அடுத்து வரும் செவ்வழிப் பாலைக்கு 4 3 2 4 3 2 4; அடுத்து வரும் அருள்பாலைக்கு 3 2 4 3 2 4 4. இவ்வகமே மற்றப் பாலைகளுக்கும் எழுதி அவ்வுருக்களை அச்ச வெண்களும் எழுதலாம்; ரூசிகைகளைப் பார்த்து எழுதலாம், அல்லது 4, 3, 2, மாத்திரைக்குரிய உண்மையான விவரங்களை (9/3, 16/15, 10/9) ஒப்பிட்டு அசை வெண்கள் கணித்து எழுதிக் கொள்ளலாம். இவ்விவரங்களை அசை வெண்கள் மூலம் சந்திப்பின் செய்த நூலில் சான்றான (equivalent) இராகங்களின் உருவங்களோடு ஒத்து திற்பதைத் தெள்ளத் தெளியக் காலாம். அடியார்க்கு நல்லார் தந்த மாத்திரைகள் இவ்விவரங்களை மாத்திரைகள். இவ்விவரங்களை விட வேறு கிராமங்களுள் உண்டு தாக்கீதமத்தால் மாத்திரைகளுக்கு விவரங்கள் கணிக்கவும் பெருப்பாலை யொவ்வொன்றிற்கும் அவை வெண்களால் உருவங்களைவர் முடிந்தது. யாரோ கணித அறிவில்லாதவர் எனோ அபிப்பிராயப் பட்டதை யாம் ஏற்றுக் கொள்ள முடியாது. அது புது ஆராய்ச்சிக்கு உதவாது. என் எவ்விதம் என்று கேட்பதே இன்னொரு செய்ய வேண்டிய வேலை, கடனு யாகும். கேட்பாரின்றி பழந்தமிழ்சையில் எத்தனையோ பொருள் பறை ந்து கிடக்கன. இன்னும் எத்தனையோ பொய்கள் போலிப் போர்வையில் உலவுகின்றன கணிதக் கருவியால் உண்மைபெறு என்று கண்டு கொள்க.

19. அடியார்க்கு நல்லார் காலத்திற்கு முந்தியவர் 2 மாத்திரை = 10/9, 3 மாத்திரை = 16/15 என்று பிழையின்றிக் கொண்டனர். இதை அடியார்க்கு நல்லார் படுபலைப் பாலைக்குத் தந்த மாத்திரை நிலைநிறுத்து அறிபலாம். ஆய்சியர் குரவையுடையவர் அவர் தந்த உரைக்குக் கணிதம்:

மாத்திரை	தா	கு	து	கை	உ	இ	வி	தா
மாத்திரை	2	4	4	3	2	4	3	2
மாற்றம்	+1	-2		+1	+1	-2	+1	
மாற்றப்பின்	3	2	4	4	3	2	4	3

(ii) இவ், து-முதலாய் 4 4 3 2 4 3 2 கை நிற்கும். இது படுபலைப்

பாலைபாம். அடியார்க்கு நல்லார் உரைத்தது இதில் இப்பத்துக்கு இட யில்லை (i)ல் கு-முதலாய் 4 4 3 2 4 3 2 என நிற்கின்றது. இதவர் படுபலைப் பாலைப் பென்பது வேளிப்படை. (i) இல் குறித்தான் மாத் திரைகள் இவ்விவரம் சகலத்தில் வரும். இதில் தாம் குறையது (த. உ லாபது) செப்பாலை. இச்சுச் செப்பாலையில் அரிகார்போதியின் உருவத் தைத் தண்ணக இத்தகு அலகுநிலைகள்: இவ்விவரப்படி 0 4 8 11 13 17 20 22. தாக்கீதமப்படி செப்பாலைக்கு அவ்வுரு நிலைகள்: 0 4 8 9 13 17 18 22. (9, 11) இரட்டைப் பிள்ளைகள்; (18, 20) இரட்டைப் பிள்ளைகள். 20-ம் பரவைப் பார்க்க.

பின்வரும் 22-ம் பரவில் தாக்கீதமத்தில் வரும் பெருப்பாலைகளையுள் இவ்விவரத்தில் வரும் பாலைகளையும் ஒப்பிட்டு ஒவ்வொரு பாலை யிலும் உள்ள துப்ப விதயாசங்களைக் காட்டியிருக்கின்றோம். கிராம களைச் சூசிகைப் படுத்தித் தமிழ் உலகத்துக்குத் தகவல் விபுலாகந்த அடிகள். தாக்கீதமப் பாலைபையும் வேறெந்தத் கிராம பாலைபையும் ஒப்பிடுவதற் குதயிபாக ஐந்து கிராமங்களையும் இராசச் சக்கரத்தில் தக திருக்கின்றோம். இக்கட்டுவையை விவரிக்கக் கொள்ள ஒருவர் கணித மேதையாய் இருக்க வேண்டியதில்லை.

20. கன்னிப்பாலை அலகுகளை ஒரு வரியிலும், அதன்கீழ் குரப்ப பாலை அலகுகளையும் எழுதுவாம், கிடைப்பது எந்த மெட்டுகளில் கிண யில் தருதிகள். பேசுமென்று காட்டும் அட்டவணை.

0	3	4	7	8	11	12	13	16	17	20	21	22	கன்னி
0	1	2	5	6	9	10	11	14	15	18	19	22	குட்டம்
ஷட்ஜம்	சுத்தரி	சுதுக்குநி	நி - ரி	க - க	கி - கி	ம - ம	மி - ம	ப - ப	சு - ச	து - து	ந - ந	நி - நி	சு - சு
ஷட்ஜம்	சுத்தரி	சுதுக்குநி	நி - ரி	க - க	கி - கி	ம - ம	மி - ம	ப - ப	சு - ச	து - து	ந - ந	நி - நி	சு - சு

இது முறையாய் இசை பயின்றவருக்கு உதவும். இதில் கன்னிப்பாலை அலகுகளில்லாம் கிணை அலகுகளாய் இருப்பதைக் காண்கோம். குரப்பப்பாலை அலகுகள் எல்லாம் கட்டி அலகுகள்.

21. பழந்தமிழரின் இசை சாஸ்திரியமானது என்பதைக் கண்டோம். தற்காலம் சாஸ்திரிய சங்கீதமென்று வழங்கும் கர்நாடகப் பழந்தமிழரின் இசையோடு செவியுணர்வுக்கு ஒன்று வருவதைக் காட்டுவோம். தராக் கீரத்தை எடுத்துக் கொள்வோம். ஒவ்வொரு பாலைக்கும், சங்கீதத்தைப் பார்த்து அலகுநிலைகளுள், கடைசியில் தரப்பட்டிருக்கும் குறியைவிட்டு அசைவெண்களுள் நியாயம் எழுதுவோம். உடுக்குநீர்த்த திங்கள் Rana Chandran's Ragas of Karnatic Music - Madras Academy Publication- இவ்விருந்து எடுக்கப்பட்டன. அசைவெண்களில் 1/80-க்கு அதிகமில்லாதிருக்கும் போது இரட்டைப் பின்னாளிலுள்ள வித்தியாசப் போன்றது என்றும், நிலைத்துவிட்டு கேட்டாலொழிய இந்த வித்தியாசம் செவியுணர்வுக்குப் புலப்படாது என்ற உண்மையையும் மனதில் பதித்துக் கொண்டு பார்க்க, குறு நிற்ப சம்பிரதாயத்தில் பயின்ற வித்தையை மெத்த மெச்சுத் தோன்றும்.

0	4	8	12	13	17	21	22	தா-முதல்
256	238	324	364	334	432	436	512	மேற்செம்பாலை
256	238	314	364	334	432	436	512	* கல்யாணி
0	4	8	9	13	17	18	22	கு-முதல்
256	248	324	341	384	432	455	512	செம்பாலை
256	283	320	341	334	432	455	512	* அரிகாம்போதி
0	4	5	9	13	14	18	22	து-முதல்
256	288	303	341	384	404	455	512	படுமலைப்பாலை
256	233	307	341	334	404	455	512	* நடபைரவி
0	4	8	9	13	17	21	22	உ-முதல்
256	283	324	341	334	432	436	512	அருமபாலை
256	258	324	341	334	432	486	512	* சங்கராபரணம்
0	4	5	9	13	17	18	22	இ-முதல்
256	283	303	341	334	432	455	512	கோடிப்பாலை
256	283	307	341	384	432	461	512	* கரஹரப்பிரியா
0	1	5	9	13	14	18	22	வி-முதல்
256	270	303	341	334	404	455	512	விளரிப்பாலை
256	273	303	341	384	410	456	512	* தோடி

22. பாலைப்பெயருக்கு, இலக்கணத்திற் கூறப்பட்ட ஒலிகள் முதலில் எழுந்த ஏழு ஒலிகளே. அவை- தா கு து கை உ இ வி.

"உழை குலாயது அருப்பாலை" என்பதற்குப் பொருள்: உழை முதற்கைக்களை யிறுவாய்க் கிடந்த நியல் ஏழும் அருப்பாலை; அதாவது: உ இ வி தா கு து கை உ- என நிற்கும் பாலை (scale) இவ்வொலிகள் தரக்கொடுத்தொலிகளோடு ஒத்து நிற்கும்.

தரக்கொடுத்தில் எழுந் பெருப்பாலை (scale) களுக்கும் அலகு நிலைகளை எழுதி இனிக்காமத்தில் வரும் ஏழு பெருப்பாலைகளுக்கு பெழுதி, ஒப்பிட்டுப் பாற்போம். இரு கீரங்களிலும் எந்தப்பாலையைப் பார்த்தாலும், சுவாஸ்கானங்களில் அதற்குரிய சுருதிகள் தப்பாது நிற்பதைக் காணலாம். அதாவது, இரட்டைப் பின்னாளில் ஒன்று வந்து நிற்கும்!

சீரம்	முதலாயவொலி	பாலை	அலகு நிலைகள்
தா.க.	குால்	செம்	0 4 8 9 13 17 18 22
இளிக்.	தா.உ	செம்	0 4 8 11 13 17 20 22
தா.க.	துத்தம்	படுமலைப்	0 4 5 9 13 14 18 22
இளிக்.	குால்	படுமலைப்	0 4 7 9 13 16 18 22
தா.க.	கைக்களை	செவ்வழிப்	0 1 5 9 10 14 18 22
இளிக்.	துத்தம்	செவ்வழிப்	0 3 5 9 12 14 18 22
தா.க.	உழை	அரும்	0 4 8 9 13 17 21 22
இளிக்.	கைக்களை	அரும்	0 2 6 9 11 15 19 22
தா.க.	இளி	கோடிப்	0 4 5 9 13 17 18 22
இளிக்.	உழை	கோடிப்	0 4 7 9 13 17 20 22
தா.க.	விளரி	விளரிப்	0 1 5 9 13 14 18 22
இளிக்.	இளி	விளரிப்	0 3 5 9 13 16 18 22
தா.க.	தாரம்	மேற்செம்	0 4 8 12 13 17 21 22
இளிக்.	விளரி	மேற்செம்	0 2 6 10 13 15 19 22

23. தாரம் ஆதிபாய வந்த பாம்பரை- உழை, குால், இளி, துத்தம், விளரி, கைக்களை, இந்த எழுவரின் சொந்த விடுகள் முறையே, சங்கம் (சாரம்), மீனம், தலாயம், இடபம், தனு, கர்க்கடகர், குப்பம். இவர்களில் இந்த நிலைகளே தரக்கொடும். இக்கிரமத்தில், குால் குலாயது (ஆகாச சுருதியாயது) செம்பாலை. இசற்கு இலக்கணம், "குண்முதற்கு மிறுவாய்க் கிடந்த நிலைமுஞ் செம்பாலை"

தரக்கொடுத்த மாத்திரைகள்:	கு	து	கை	உ	இ	வி	தா
இளிக்கொடுத்து மாத்திரைகள்:	4	4	4	1	4	4	1
இளிக்கொடுத்து மாத்திரைகள் தரக்கொடுத்துக்குரியன வென்று சொல்வது கண்கா அறிவில்லாதவருடைய செய்கை - மாட்டு வண்டியில் குதிரையைப் பட்டியதுபோன்ற அவசரம் செய்கை.	4	4	3	2	4	3	2

24. ஆகாச சுருதியிலிருந்து கீழமுறையாலெழுந்த முதலிந்த சுருதிகள் போகவைத்துக் குரியன. முதலேழு சுருதிகள் கல்யாணியைத் தரும்.

இந்த ஏழு சுருதிகளால் பெறப்படும் பாலைகள் எல்லா மேம்பாட்டைத் தேசமக்களாலும் விருப்பப்பட்டவை. இவை தாக்கீதம் சுருதிகள். 13-ம் பாவில் இந்த இரு சூத்திரங்கள் எக்கிணையோ இசை நுணுக்கங் களைப் புட்டி வைத்த பண்டைத் தமிழரின் மதிதுட்பத்தைக் கண்டு மகிழ்வோமாக.

25. படுமலைப்பாலை பென்பது கல்பாணியென்றும், இரண்டு மாத்திரை 16/15 விகிதத்தையும் மூன்று மாத்திரை 10/9 விகிதத்தையும் குறிக் குமென்றும், ஆழ்ந்த ஆராய்ச்சி செய்பாதலால் பரப்பப்பட்டுவிட்டது. இம் மூன்றும் பிழையென்று காட்டுவோம்.

பழந்தமிழ்சை இலக்கணத்துக்கமைய

தா கு து கை உ இ வி தா—வுக்கு
256 288 324 364 384 432 486 512 அசைவெண்கள்
256 298 324 364 384 432 486 512 எண்கள் கல்பாணிக் குரியவைபென்று Ragas of Karnatic Music-இல் விஞ்ஞான சாசனியால் வந்துள்ளது. “தாரம் குராலயது மேற்செப்பாலை” இது பழந்தமிழ்சை இலக்கணம், குராலயது என்பதற்கு—கீழில் முகலாய் கீன்று என்று பொருள். “குரல் முதலாயது செம்பாலை” என்ற இலக்கணக் கூற்றிலும் இதுவே பொருள். “குரல் முதல் குரலியுவாய்க் கிடங்க நிலேழுஞ் செம்பாலேகேர்”, என்று இலக்கணங் கூற்றார் பண்டையோர். தாங்குராலய பாலை மேற்செப்பாலை. இது குறிப்பது கல்பாணியையே இரண்டுக்கும் எண்கள் ஒத்து நிற்பதைக் காண்க. ஆகவே, படுமலைப் பாலை கல்பாணியல்ல.

“துக்தம் குராலயது படுமலைப்பாலை” இது இன்னொரு இலக்கணக்கூற்று. இந்தப் பாலைக்கு அசைவெண்கள் இசைநிலை கணிக்கலாம். அவையாவன: (slide rule used)
256 288 303 341 384 405 455 512 (படுமலைப் பாலைக்கு)
256 233 307 341 384 404 455 512 Ragas of Karnatic Music-இல் இவை நடைபாசுவிக்கு எண்கள். படுமலைப்பாலை நடைபாசியே பென்பது தெளிவாகிறது. செவியுணர்வுக்கு 303-ம் 307-ம் ஊன்றிக் கேட்கப் பழகிய சிலருக்கன்றி, ஒன்றுதான். அடியார்க்கு நல்லார் படுமலைப்பாலைக்கு மாத்திரை கூற்றார்—

4 4 3 2 4 3 2 — என்று ஆகையால்,
0 4 7 9 13 16 18 22 அவது சிலகாலுது. இவை
256 233 303 341 384 410 455 512 அசைவெண்களாகும். இவை நடைபாசியின் எண்களுடன் நெருங்கி நிற்பதைக் காண்க. இனி மூன்று மாத்திரை 10/9 எல்பது சரியாயின், நடபாசியின் —

காத்தாரம் = $238 \times 10/9 = 320$ இவ்விரு எண்களுப் மெய்யாய் நடபாசியின் = $384 \times 10/9 = 427$ பாவளிக் குரியவை வல்ல. அரிகாம்போதிக் குரியவை. ஆகையால் 6 மாத்திரைக்கு விகிதம் 10/9 என்று கூறுபத பிழையாதும், 16/15 தான் சரி சமவாதித்துவத்திற் தொடங்கிக் கணிவதற்பால் சுருதி 3க்கு 16/15. சுருதி 2க்கு 10/9 எனக்கண்ட விகிதங்களை பண்டைத் தமிழ்சை யிலக்கணத்துக்குப் பொருத்தும். இன்னுமொரு வழியால் 3 மாத்திரைக்கு 2 மாத்திரைக்கும் விகிதங்கள் எவை என்று கணாலாம். $9/3$ -க்கு 4 மாத்திரைபென்றும் $256/243$ -க்கு 1 மாத்திரை பென்றும் கண்டோம். $256/243 = 135/128$ (approx). 3 மாத்திரை = $9/8 \times 128/135 = 16/15$. 5 மாத்திரை = $9/8 \times 256/243 = 32/27$. ஆகையால் $32/27 \times 15/16 = 10/9 = 2$ மாத்திரை. சுருதி 2க்கு விகிதம் = 2. சுருதி 2) = $(9/3)^5 \times 32768/32805 = 9/5$ ஆகையால் 2 மாத்திரை = $2 \times 5/9 = 10/9$.

26. கீழே (a)யில் தாரம் முதலாக விகித கீழ் உள்ளது. (b)யில் உழை முதலாக உள்ள பாலைக்கு கீழ். (c)யில் உழையை ஒன்றாக வந்த கீழ் உள்ளது. அதாவது எங்கும் 2/3 ஆல் (b)யைப் பெருக்கி வந்தது (c) யிலுள்ள உருவம் Pythagorean Heptatonic (Lydian) Scale. இது உழை குராலைய அரும்பாலை (சங்கராபரணம்).

(a) 1 $\frac{9}{8}$ $\frac{81}{64}$ $\frac{729}{512}$ 2 $\frac{27}{16}$ $\frac{243}{128}$ 3
(b) $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{16}$ $\frac{243}{128}$ 2 $\frac{3}{4}$ $\frac{81}{64}$ $\frac{125}{64}$ 3
(c) 1 $\frac{9}{8}$ $\frac{81}{64}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{15}{8}$ $\frac{117}{64}$ 2

27. ஒலிப்பெண் கு-முதலிய எழுவரும், முறையே 4 4 3 2 4 3 2 மாத்திரை பெறும்போது, அதாவது இனிக் கிரமத்தில் நிற்துப்போது, கு முதலாய பாலை படுமலைப் பாலை. தை முதலாயது அரும்பாலை (சங்கராபரணம்); உ முதலாயது கோடிப்பாலை; இ முதலாயது விரிப்பாலை (தோடி); வி முதலாயது மேற்செப்பாலை கல்பாணி; தா முதலாயது செம்பாலை (அரிகாம்போதி). இவ்விதமே, எக்கக் கிரமத்திலாயினுஞ் சரி எவ்வாறு முதலாயது எக்கப் பாலை பென்று key board இப்போல் உடனே சொல்லிக்கிடலாம். கிரமங்களால் சுருதிகளையே அறிந்து கொள்ளலாம்; சுவரஸ்தானம் என்பதோடு நிற்பது தன் விதம் இராயநிய பெறலாம். இக் கிரமங்கள் பண்டைத் தமிழரில் சொத்து; Graha (கிராம) த்தையே கிராமமென்று சொல்கிறார்

என அநியாயமாயல் எண்ணிக் கொள்வது, முன்புவந்த செளியைப் பின்புவந்த கொம்பு பறைத்த கதை.

28 22 அகரகளின் அசைவெண்கள், அகரத்தீகங்கள் (சுருதி இலக் கங்கள்), இவற்றைக் காட்டும் குறிகை.

கிளை முறையால் (ச-ப)			நட்பு முறையால் (ச-ம)		
அசை-வெண் அலகுதலை விசுதம் சவரம்			விசுதம் அலகுதலை அசைவெண்		
256	(0)	1	ச	1	(0) 256
273.4	(3)	16/15	(சின்ன சி)ர	256/243	(1) 269.7
288	(4)	9/8	(பெரிய சி)ரி	10/9	(2) 284.2
307.6	(7)	6/5	(சின்ன க)ச	32/27	(5) 303.4
324	(8)	81/64	(பெரிய க)சு	5/4	(6) 319.7
346.1	(11)	27/20	(சின்ன ப)ர	4/3	(9) 341.3
364.5	(12)	64/45	(பெரிய ம)மி	45/32	(10) 359.6
384	(13)	3/2	ப	40/27	(11) 378.9
410.1	(16)	8/5	(சின்ன ச)ச	128/81	(14) 404.5
432	(17)	27/16	(பெரிய த)தி	5/3	(15) 426.3
461.4	(20)	9/5	(சின்ன தி)ச	16/9	(18) 455.1
486	(21)	243/128	(பெரிய தி)தி	15/8	(19) 479.5
512	(22)	2/1	சு	2/1	(22) 512

குறிப்பு: கிளை 11-க்குக் கிளையின் அசைவெண்=519.1 இது ச்-வுக்கு மிகமெருங்கியது; ச்-வுக்கு 3.5 உயர்ந்தது. ர-வுக்கு எண் 269.7. ஆகையால் ச்-வுர அநிகரது-ஆகார சுருதிபைக் கொடுக்கு மாகையால், ர-வுர தன் விட்டில் ஏற்காது. நட்பு 11=378.9. இதை கிளை 13, அதாவது ப-வுர (384) ஏற்காது. 12-உம் (364.5) ஏற்காது. இந்த நட்பு 11 மெனிக்து திரிசந்துலோகத்தில் திரகூர், ப-வுக்குக் கிட்டியதாலுங் குற்றஞ் செய்து விட்டது, மிகு எட்டியதாலுங் குற்றம்!

இப்பிரகரம் வேண்டுமோர் வை. ந. ராசா, 12 பப்பின் லேன், மெட்டிபுட்டி 4, என்.பி. விலாசத்திற்கு எழுதி இலாகப் பெற்றுக்கொள்க.